



Perbandingan Algoritma Dijkstra dan Floydwarshall untuk Mencari Jalur Terpendek dengan Contoh Kasus Mencari Rumah Sakit Terdekat di Kota Medan

Fredy Sitinjak, S.Kom

RSUP H. Adam Malik, Sumatera Utara, Indonesia.

Article Info

Keywords:

Algoritma Dijkstra,
Algoritma Floydwarshall,
Jalur terpendek.

ABSTRACT

Saat ini banyak sekali algoritma-algoritma yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persoalan penentuan jalur terpendek (shortest path problem) dari suatu jalur. Ada dua algoritma yang cukup terkenal yang bisa digunakan untuk menyelesaikan persoalan lintasan terpendek, yaitu Algoritma Dijkstra dan Algoritma Floydwarshall. Algoritma Dijkstra ini menggunakan prinsip greedy yang menyatakan bahwa pada setiap langkah kita memilih sisi yang berbobot minimum dan memasukkannya ke dalam himpunan solusi sedangkan algoritma Floyd-Warshall menggunakan prinsip dinamis yang melakukan pemecahan masalah dengan memandang solusi yang akan diperoleh sebagai suatu keputusan yang saling terkait. Artinya solusi-solusi tersebut dibentuk dari solusi yang berasal dari tahap sebelumnya dan ada kemungkinan solusi lebih dari satu.

This is an open access article under the [CC BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license.



Corresponding Author:

Fredy Sitinjak,
RSUP H. Adam Malik, Sumatera Utara, Indonesia,
Jl. Bunga Lau No.17, Kemenangan Tani, Kec. Medan Tuntungan, Kota Medan, Sumatera Utara 20136.
Email: fredysitinjak@gmail.com

1. INTRODUCTION

Salah satu persoalan optimasi yang sering ditemui dalam kehidupan sehari-hari adalah pencarian lintasan terpendek (*shortest path*). Persoalan ini bisa dimodelkan kedalam suatu graf berbobot dengan nilai pada masing-masing sisi yang mewakili persoalan yang akan dipecahkan. Kata “terpendek” pada kata “jalur terpendek” ini tidak berarti hanya bisa diartikan jarak secara fisik, namun hal itu tergantung dari tipe persoalan yang akan dipecahkan. Bisa jadi kata tersebut memiliki makna tingkat akses suatu simpul dalam graf dari simpul yang lain. Persoalan jalur terpendek yang akan dibahas di makalah ini adalah lintasan terpendek antara dua buah simpul tertentu di dalam graf (*single pair shortest path*).

Algoritma *Dijkstra* merupakan salah satu generasi dari algoritma *greedy*, yaitu salah satu bentuk algoritma populer dalam pemecahan persoalan yang terkait dengan masalah optimasi. Sifatnya sederhana dan mudah (*straightforward*). Sesuai dengan artinya yang berarti tamak atau rakus – namun tidak dalam konteks negatif, algoritma *greedy* ini hanya memikirkan solusi terbaik yang akan diambil pada setiap langkah tanpa memikirkan konsekuensi ke depan. Prinsipnya, ambillah apa yang bisa Anda dapatkan saat ini (*take what you can get now?*), dan keputusan yang telah diambil pada setiap langkah tidak akan bisa diubah kembali. Intinya algoritma *greedy* ini berupaya membuat pilihan nilai optimal lokal pada setiap langkah dan berharap agar nilai optimum lokal ini mengarah kepada nilai optimum global.

Algoritma *Floydwarshall* adalah salah satu varian dari pemrograman dinamis, yaitu suatu metode yang melakukan pemecahan masalah dengan memandang solusi yang akan diperoleh sebagai suatu keputusan yang saling terkait. Artinya solusi-solusi tersebut dibentuk dari solusi yang berasal dari tahap sebelumnya dan ada kemungkinan solusi lebih dari satu. Hal yang membedakan pencarian solusi menggunakan pemrograman dinamis dengan algoritma *greedy* adalah bahwa keputusan yang diambil pada tiap tahap pada algoritma *greedy* hanya berdasarkan pada informasi yang terbatas sehingga nilai optimum yang diperoleh pada saat itu. Jadi pada algoritma *greedy*, kita tidak memikirkan konsekuensi yang akan terjadi seandainya kita memilih suatu keputusan pada suatu tahap. Dalam beberapa kasus, algoritma *greedy* gagal memberikan solusi terbaik karena kelemahan yang dimilikinya. Di sinilah peran pemrograman dinamis yang mencoba untuk memberikan solusi yang memiliki pemikiran terhadap konsekuensi yang ditimbulkan dari pengambilan keputusan pada suatu tahap. Pemrograman dinamis mampu mengurangi keputusan yang tidak mengarah ke solusi. Prinsip yang dipegang oleh pemrograman dinamis adalah prinsip optimasi, yaitu jika solusi total optimal, maka bagian solusi sampai suatu tahap (misalnya tahap ke-*i*) juga optimal.

Kota Medan sebagai kota terbesar nomor tiga di Indonesia dan juga Ibukota propinsi Sumatera Utara, memiliki perkembangan yang pesat dalam pembangunan rumah sakit dan perbaikan pelayanan, maka hal yang wajar apabila pasien dari daerah-daerah atau dari luar kota Medan datang untuk berobat ke rumah sakit yang ada di kota Medan, selain itu tidak banyak masyarakat yang tinggal di kota Medan yang mengetahui keberadaan atau alamat rumah sakit terdekat dari lokasi tempat tinggalnya, selain sekedar mengetahui alamat rumah sakit maka diperlukan juga jalur terdekat yang harus di tempuh untuk sampai ke rumah sakit terdekat. Kebutuhan akan perjalanan ini menuntut adanya pemilihan jalur terpendek dari suatu lokasi ke rumah sakit terdekat sehingga dapat mengefisienkan jarak, waktu dan biaya yang dibutuhkan untuk mencapai rumah sakit tujuan tersebut.

Dalam melakukan perjalanan, setiap pelaku perjalanan akan mencoba mencari jalur terbaik yang meminimkan biaya perjalanannya. Selain untuk mengefisienkan jarak, waktu dan biaya yang dibutuhkan untuk menuju rumah sakit terdekat ataupun sebaliknya bagi pengguna/pelaku perjalanan, juga dapat mengurangi dampak kemacetan dengan pendistribusian/sebaran pergerakan perjalanan mengingat bahwa dewasa ini jaringan jalan di kota Medan mengalami permasalahan transportasi yang sangat kritis seperti kemacetan lalu lintas.

2. RESEARCH METHOD

1. Graph

Teori *graph* merupakan pokok bahasan yang sudah tua usianya namun memiliki banyak terapan sampai saat ini. *Graph* digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Representasi visual dari *graph* adalah dengan menyaakan objek sebagai noktah, bulatan atau titik, sedangkan hubungan antara objek dinyatakan dengan garis. Sebagai contoh, peta jaringan jalan raya yang menghubungkan sejumlah kota di propinsi Jawa Tengah. Sesungguhnya peta tersebut adalah sebuah *graph*, dimana kota disebut sebagai bulatan sedangkan jalan dinyatakan sebagai garis. (Rinaldi Munir, 2005, 535) jaringanjalan raya di propinsi Jawa Tengah dapat digambarkan dalam bentuk *graph* pada Figure 1.

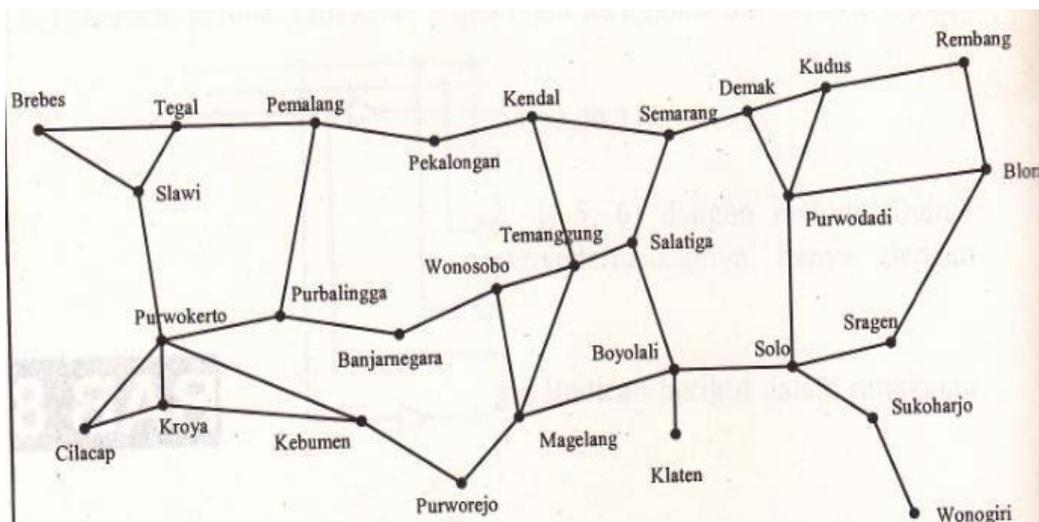


Figure 1. Jaringan jalan raya di propinsi Jawa Tengah

2. Definisi Graph

Secara matematis, *graph G* dapat didefinisikan sebagai berikut: *Graph G* didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E) , ditulis dengan $G = (V, E)$, yang dalam hal ini V adalah himpunan tidak kosong dari simpul-simpul (*vertices* atau *nodes*) dan E adalah himpunan sisi (*edges* atau *arcs*) yang menghubungkan sepasang simpul, (Rinaldi Munir, 2005, 356)

Defenisi ini menyatakan bahwa V tidak boleh kosong, sedangkan E boleh kosong. Jadi, sebuah *graph* dimungkinkan tidak mempunyai sisi satu buah pun, tetapi simpulnya harus ada, minimal satu. *Graph* yang hanya mempunyai satu buah simpul tanpa sebuah sisi pun dinamakan *graph* (Rinaldi Munir, 2005, 356)

Simpul pada *graph* dapat dinimori dengan huruf, seperti $a, b, c, \dots, v, w, \dots$ atau dengan bilangan asli $1, 2, 3, \dots$ ataupun dengan gabungan keduanya. Sedangkan sisi yang menghubungkan simpul u dengan simpul v dinyatakan dengan pasangan (u, v) atau dinyatakan dengan lambing e_1, e_2, \dots dengan kata lain, jika e adalah sisi yang menghubungkan simpul u dengan simpul v , maka e dapat ditulis sebagai :

$$e = (u, v)$$

secara geometri *graph* digambarkan sebagai sekumpulan noktah (simpul) di dalam bidang dua dimensi yang dihubungkan dengan sekumpulan garis (sisi). (Rinaldi Munir, 2005,356) Beberapa contoh *graph* dapat dilihat pada Figure 2.

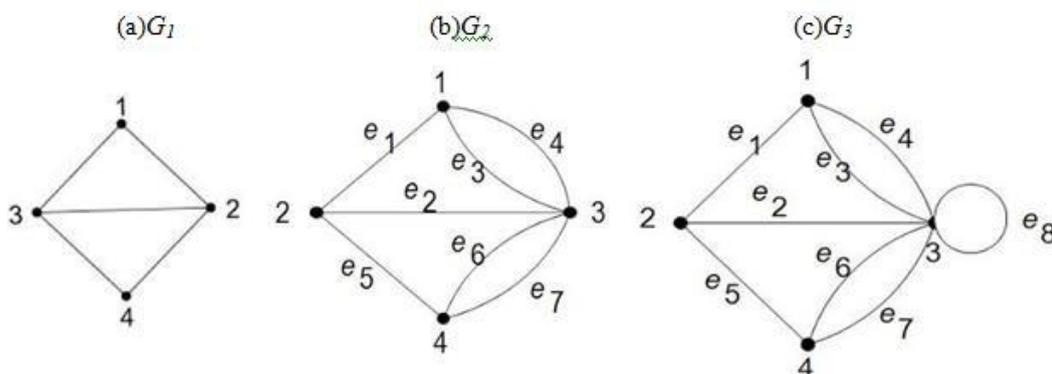


Figure 2. Tiga buah graph (a)graph sederhana (b) graph ganda (c)graph semu

Figure 2 memperlihatkan tiga buah *graph*, G_1, G_2, G_3 , G_1 adalah *graph* dengan himpunan simpul V dan himpunan sisi E adalah:

G_1 adalah *graph* dengan himpunan simpul V dan himpunan sisi E , yaitu:

$$V = \{1,2,3,4\}$$

$$E = \{(1,2), (1,3), (2,4), (3,4)\}$$

G_2 adalah *graph* dengan himpunan simpul V dan himpunan sisi E , yaitu:

$$V = \{1,2,3,4\}$$

$$E = \{(1,2), (2,3), (1,3), (1,3), (2,4), (3,4), (3,4)\} \rightarrow \text{himpunan ganda}$$

$$= \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7\}$$

G_3 adalah *graph* dengan himpunan simpul V dan himpunan sisi E , yaitu:

$$V = \{1,2,3,4\}$$

$$E = \{(1,2), (2,3), (1,3), (1,3), (2,4), (3,4), (3,4)\} \rightarrow \text{himpunan ganda}$$

$$= \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7\}$$

Pada *graph* G_2 sisi $e_3 = \{1,3\}$ dan sisi $e_4 = \{1,3\}$ dinamakan sisi ganda (*multiple edges* atau *parallel edges*) karena kedua sisi ini menghubungkan dua buah simpul yang sama, yaitu simpul 1 dan simpul 3. Pada *graph* G_3 , sisi e_8 dinamakan gelang atau kalung (*loop*) karena berawal dan berakhir pada simpul yang sama. (Rinaldi Munir, 2005, 356-357)

3. Representasi *Graph*

Bila *graph* akan diproses dengan program computer, maka *graph* harus direpresentasikan di dalam memory. Terdapat beberapa representasi yang mungkin untuk *graph*, yaitu :

1) Matriks ketetanggaan (*adjacency matrix*)

Matriks ketetanggaan adalah representasi *graph* yang paling umum. Misalkan $G = (V, E)$ adalah *graph* dengan n simpul, $n \geq 1$. Matriks ketetanggaan G adalah matriks dua dimensi yang berukuran $n \times n$. Bila matriks tersebut dinamakan $A = [a_{ij}]$ maka $a_{ij} = 1$ jika simpul i dan j bertetangga, sebaliknya $a_{ij} = 0$, jika simpul i dan j tidak bertetangga.

Karena matriks bertetanggaan hanya berisi 0 dan 1, maka matriks tersebut dinamakan juga matriks nol-satu (*zero-one*). Selain dengan angka 0 dan 1, elemen matriks dapat juga dinyatakan dengan nilai *false* (menyatakan 0) dan *true* (menyatakan 1). Matriks ketetanggaan didasarkan pada pengurutan nomor simpul. Matriks ketetanggaan untuk *graph* sederhana dan tidak berarah selalu simetri, sedangkan untuk *graph* berarah, matriks ketetanggaannya belum tentu simetri (akan simetri jika berupa *graph* berarah lengkap). Selain itu, diagonal utamanya selalu nol karena tidak ada sisi gelang.

Sayangnya, matriks ketetanggaan nol-satu tidak dapat digunakan untuk merepresentasikan *graph* yang mempunyai sisi ganda (*graph* ganda). Untuk menyiasatinya, maka elemen a_{ij} pada matriks ketetanggaan maka sama dengan jumlah sisi yang beraksi-osiasi dengan (v_i, v_j) . matriks ketetanggaannya tentu bukan lagi matriks nol-satu. Untuk *graph* semu, gelang pada simpul v_i dinyatakan dengan nilai 1 pada posisi (i, i) di matriks ketetanggaannya.

Keuntungan representasi dengan matriks ketetanggaan adalah elemen matriksnya dapat diakses lalu melalui indeks. Selain itu, juga dapat menentukan dengan langsung apakah simpul i dan simpul j bertetangga

2) Matriks Beririsan (*Incidency Matrix*)

Bila matriks ketetanggaan menyatakan ketetanggaan simpul-simpul di dalam *graph*, maka matriks beririsan menyatakan keberirisan simpul dengan sisi, Misalkan $G = (V, E)$ adalah *graph* dengan n simpul dan m buah sisi. Matriks beririsan G adalah matriks dua dimensi yang berukuran $n \times m$. Baris menunjukkan label simpul, sedangkan kolom menunjukkan label sisinya. Bila matriks tersebut dinamakan $A = [a_{ij}]$, maka $a_{ij} = 1$ jika simpul i beririsan dengan sisi j , sebaliknya $a_{ij} = 0$ jika simpul i tidak beririsan dengan sisi j . Matriks beririsan dapat digunakan untuk merepresentasikan *graph* yang mengandung sisi ganda atau sisi gelang.

3) Senarai Ketetanggaan (*Adjacency List*)

Kelemahan matriks ketetanggaan adalah bila *graph* memiliki jumlah sisi relatif sedikit, karena matriksnya bersifat jarang (*sparse*), yaitu mengandung banyak elemen nol, sedangkan elemen yang bukan nol sedikit. Ditinjau dari implementasinya didalam computer, kebutuhan ruang memori untuk matriks jarang boros karena komputer menyimpan elemen 0 yang tidak perlu. Untuk mengatasi masalah ini, dapat menggunakan representasi yang ketiga yaitu senarai ketetanggaan. Senarai

ketetanggaan mengenumerasi simpul-simpul yang bertetangga dengan setiap simpul di dalam *graph*. (Rinaldi Munir, 2005, 381-385)

4. Contoh Terapan *Graph*

Graph dipakai diberbagai disiplin ilmu maupun dalam kehidupan sehari-hari. Penggunaan *graph* di berbagai bidang tersebut adalah untuk memodelkan persoalan. Dibawah ini dikemukakan contoh terapan *graph* dalam bidang kelistrikan, kimia, ilmu komputer dan pertandingan olahraga.

1) Rangkaian listrik

Kirchoff (1987) menggunakan *graph* untuk memodelkan rangkaian listrik, berdasarkan *graph* tersebut Kirchoff menurunkan persamaan arus yang masuk dan keluar pada tiap simpul. Dari system persamaan linier simultan yang diperoleh dapat dihitung arus listrik yang mengalir pada setiap komponen.

2) Isomer senyawa kimia karbon

Arthur Cayley (1857) menggunakan *graph* dalam memodelkan molekul senyawa alkana $C_{2n}H_{2n+2}$ untuk menghitung jumlah isomernya. Atom karbon (C) dan atom hydrogen (H) dinyatakan sebagai simpul, sedangkan ikatan antara atom C dan H dinyatakan sebagai sisi. Isomer adalah senyawa kimia yang mempunyai rumus molekul sama tetapi rumus bangun (bentuk *graph*) berbeda.

3) Transaksi konkuren pada basis data terpusat

Ini adalah penerapan *graph* pada bidang computer. Basis data (database) terpusat melayani beberapa transaksi (T) yang dilakukan secara konkuren adalah *deadlock*, yaitu keadaan yang dilakukan secara konkuren (kebersamaan). Transaksi terhadap basis data dapat berupa operasi pembacaan dan operasi penulisan terhadap data yang sama. Persoalan kritis pada proses konkuren adalah *deadlock*, yaitu keadaan yang timbul karena beberapa transaksi saling menunggu transaksi lainnya, sehingga system menjadi *hang*.

4) Pengujian program dalam bidang rekayasa perangkat lunak, sebuah program harus mengalami tahap pengujian untuk menemukan kesalahan (*bugs*). Salah satu pengujian program adalah pengujian eksekusi. Aliran kendali program harus diperiksa untuk memastikan apakah aliran tersebut sudah benar untuk berbagai kasus data uji. Aliran kendali program dimodelkan dengan *graph* berarah yang dinamakan *graph* alir (*flow graph*). Pada *graph* berarah tersebut, simpul menyatakan pernyataan atau kondisi yang di evaluasi, sedangkan busur menyatakan aliran kendali program ke pernyataan atau kondisi berikutnya.

5) Terapan *graph* di dalam teori automata

Terapan *graph* dalam teori automata dapat dilihat sangat jelas pada konstruksi *Non-Deterministic Finite Automata* dan *Deterministic Finite Automata* pada bidang ilmu teori Automata (Teknik Kompilasi)

6) Turnamen Round-Robin

Turnamen dimana setiap tim bertanding dengan tim lainnya hanya sekali disebut turnamen round robin. Turnamen semacam itu dimodelkan dengan *graph* berarah, yang dalam hal ini simpul menyatakan tiap tim yang bertanding dan busur menyatakan pertandingan. (Rinaldi Munir, 2005, 359-364)

7) Lintasan terpendek (*shorted path*)

Persoalan lintasan terpendek merupakan salah satu persoalan optimasi yang menggunakan *graph* berbobot, dimana bobot pada setiap sisi *graph* tersebut dapat digunakan untuk jarak antar kota, waktu pengiriman pesan, ongkos pembangunan, dan sebagainya. Sedangkan, vertex melambangkan item yang terdapat dalam persoalan (seperti kota, node komputer, dan sebagainya) dan *edge* melambangkan hubungan dari item tersebut (seperti jalan, dan sebagainya) dan *edge* melambangkan hubungan dari item tersebut (seperti jalan, hubungan kabel, dan sebagainya).

5. Algoritma

Algoritma adalah suatu kumpulan sehingga (*finite set*) dari instruksi yang terdefinisi dengan baik (*well-defined instructions*) untuk menyelesaikan beberapa pekerjaan dimana diberikan state awal (*initial state*) dan akan dihentikan pada saat ditemukan state akhir (*end-state*) yang dikenal.

Algoritma dapat diimplementasikan dalam pembuatan program komputer. Kesalahan dalam merancang algoritma untuk menyelesaikan suatu problema dapat menyebabkan program gagal dalam implementasinya.

Konsep dari suatu algoritma sering di ilustrasikan dengan mengambil contoh sebuah resep, walaupun banyak algoritma yang jauh lebih kompleks. Algoritma sering memiliki beberapa langkah perulangan (iterasi) atau memerlukan pengambilan keputusan seperti logika (logic) atau perbandingan (*comparison*) sampai pekerjaan diselesaikan. Menerapkan suatu algoritma secara benar belum tentu dapat menyelesaikan problema. Hal ini dikarenakan adanya kemungkinan algoritma tersebut rusak atau cacat, atau penerapannya tidak cocok (tidak tepat) untuk menyelesaikan problema. Sebagai contoh, sebuah algoritma hipotesis untuk membuat sebuah salad kentang akan gagal jika tidak terdapat kentang.

Suatu pekerjaan dapat diselesaikan dengan menggunakan algoritma yang berbeda dengan kumpulan instruksi (*set of instructions*) yang berbeda dengan perbedaan waktu akses, efisiensi tempat, usaha dan sebagainya. Sebagai contoh, diberikan dua buah resep yang berbeda untuk membuat salad kentang, resep pertama mengupas kulit kentang terlebih dahulu sebelum memasak kentang tersebut, sementara resep akan mengulangi kedua langkah tersebut dan akan dihentikan pada saat salad kentang siap untuk dimakan.

Algoritma adalah hal yang mendasar untuk komputer dalam memproses informasi, karena sebuah program computer adalah sebuah algoritma yang memberitahukan kepada komputer langkah-langkah spesifik yang akan dijalankan (dalam urutan spesifik) untuk melakukan pekerjaan tertentu, misalnya menghitung gaji karyawan untuk mencetak rapor murid. Oleh karena itu, algoritma dapat dianggap sebagai beberapa operasi sekuensial (terurut) yang dapat dijalankan oleh sebuah system lengkap *Turing*. (Rinaldi Munir, 2005, 495-497)

6. Shortest Path

Seorang pengendara sepeda motor ingin menemukan rute terpendek yang dapat dilalui dari Chicago ke Boston. Diberikan sebuah peta jalan dari Amerika Serikat dimana setiap daerah yang dapat dilalui dengan jalur darat dengan jarak tertentu ditandai / dihubungkan, bagaimana cara menentukan rute terpendek ini?

Salah satu cara yang dapat dilakukan adalah dengan menjabarkan semua rute yang mungkin dari Chicago ke Boston, menghitung jarak dari setiap rute tersebut dan mengambil rute dengan jarak terpendek dari kumpulan rute terpendek tersebut. Cara ini sangat tidak efisien dan akan memakan waktu yang sangat lama dalam mencari solusi rute terpendek tersebut karena bias terdapat banyak sekali rute yang dapat dilalui dari Chicago ke Boston.

Cara lainnya yang lebih efisien adalah dengan menerapkan algoritma *shortest path* pada *graph*. Dalam sebuah problema *shortest path*, diberikan sebuah *graph* berbobot dan berarah $G = (V, E)$, dengan fungsi bobot $w : E \rightarrow \mathbb{R}$ memetakan sisi (edge) dengan nilai bobot dari *path* $p = \{v_0, v_1, \dots, v_k\}$ adalah penjumlahan bobot dari setiap sisinya seperti ditunjukkan oleh rumusan berikut:

$$w(p) = \sum_{i=1}^k (v_{i-1}, v_i)$$

Kemudian, didefinisikan berbobot *shortest path* dari u ke v dengan rumusan berikut:

$$\&(u,v) = \begin{cases} \min \{w(p) : u \rightarrow v\} & : \text{jika terdapat } path \text{ } u \text{ ke } v \\ \infty & : \text{jika tidak terdapat } path \end{cases}$$

Shortest path dari simpul u ke simpul v dapat didefinisikan sebagai sembarang *path* p dengan bobot $w(p) = \&(u, v)$.

Dalam contoh pencarian rute dari Chicago ke Boston, peta jalan dapat dimodelkan sebagai sebuah *graph* dimana simpul memiliki daerah sisi mewakili jalan antar daerah yang dapat dilalui dan bobot sisi mewakili jarak jalan. Sasarannya adalah menemukan *shortest path* dari Chicago ke Boston. (Thomas H. Cormen, Charles Eleiserson, Ronald L. Rivest, 1990, 514)

Algoritma *shortest path* ini dapat diterapkan untuk mencari solusi dari beberapa variasi dari *shortest path* seperti:

a. *Single-destination shortest path*

Problem ini ditunjukkan untuk mencari *shortest path* dari sebuah simpul tujuan t yang telah ditentukan dari setiap simpul v . problema ini dapat diselesaikan dengan membalikkan arah dari setiap sisi pada *graph*, sehingga penyelesaian problema ini sama persis dengan problema *single-source shortest path*.

b. *Single-pairs shortest path*

Problema ini ditunjukkan untuk mencari *shortest path* dari u ke v untuk simpul u dan v yang ditentukan. Problema ini disebut juga dengan problema *single-source shortest path*.

c. *All-pairs shortest path*

Problem ini ditunjukkan untuk mencari *shortest path* dari u ke v untuk setiap pasangan simpul u dan v . problema ini dapat diselesaikan dengan menerapkan algoritma *single-source shortest path* sekali dari setiap simpul, tetapi ada algoritma spesifik lain yang dapat menyelesaikan problema ini dengan lebih cepat. (Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, 1990, 514)

7. Single Source Shortest path

Problema *single-source shortest path* ini dapat dideskripsikan sebagai berikut: Diberikan pasangan simpul u dan v dimana simpul u sebagai simpul awal dan simpul v sebagai simpul tujuan. Sasarannya adalah mencari *shortest path* dari simpul u ke simpul v . solusi yang ingin dicari mencakup bobot dari *shortest path* dan sisi-sisi yang terdapat dalam jalur terpendek (*shortest path*) tersebut.

Dalam menyelesaikan problema *shortest path* ini, sering juga ditemui bahwa bobot dari sisi *graph* bernilai negative. Bobot negatif ini sering ditemukan pada penerapan algoritma *shortest path* untuk mencari solusi biaya minimum pada ilmu ekonomi. Jika *graph* $G = (V, E)$ tidak memiliki siklus berbobot negative yang dapat dilalui dari simpul awal s , maka untuk semua $v \in V$, bobot *shortest path* $\delta(s, v)$ dapat ditentukan, sekalipun *graph* tersebut memiliki bobot negative. Jika terdapat siklus berbobot negative yang dapat dilalui dari simpul awal s , maka *shortest path*-nya tidak dapat ditentukan. Jika terdapat siklus berbobot negative pada beberapa jalur (*path*) dari s ke v , maka *shortest path* $\delta(s, v) = -\infty$. (Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, 1990, 518)

Beberapa algoritma yang dapat diterapkan untuk mencari solusi dari problema *shortest path* adalah:

- a. Algoritma Dijkstra
- b. Algoritma Bellman-Ford
- c. Algoritma Johnson
- d. Algoritma Floydwarshall

8. Algoritma Dijkstra

Algoritma ini menerapkan konsep algoritma greedy dalam mencari solusi dari problema *shortest path*. Algoritma Dijkstra menyelesaikan problema *single-source shortest path* pada sebuah *graph* berbobot dan beaah $G = (V, E)$ untuk kasus dimana semua bobot sisi adalah positif ataupun mengambil asumsi bahwa $w(u, v) \geq 0$ untuk semua sisi $(u, v) \in E$. Algoritma Dijkstra ini memiliki kompleksitas waktu sebesar $O(V^2)$.

Algoritma dijkstra secara berulang memilih simpul $u \in V - S$ dengan mencari bobot sisi paling minimum, memasukkan u ke dalam S , dan menyusun kembali *graph* $V - S$ tanpa memasukkan simpul u . Jumlah perulangan dari algoritma ini adalah sebesar jumlah simpul dari *graph*. Salah satu contoh implementasi algoritma dijkstra dengan menggunakan representasi *adjacency list* adalah sebagai berikut (Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, 1990, 518)

Dijkstra (G, w, s)

1. *Initialize-Single-Source*(G, s)
2. $S \leftarrow \emptyset$
3. $Q \leftarrow V[G]$
4. **While** $Q \neq \emptyset$
5. **do** $u \leftarrow \text{Extract-Min}(Q)$
6. $S \leftarrow S \cup \{u\}$

7. **For** setiap sisi $v \in Adj[u]$
8. **do** $Relax(u, v, w)$

9. Algoritma Bellman-Ford

Algoritma Bellman-Ford menyelesaikan problema *single-source path* untuk kasus yang lebih umum dimana bobot dari sisi dapat berupa bilangan negatif. Diberikan sebuah *graph* berbobot dan berarah $G = (V, E)$ dengan simpul awal s dan fungsi bobot $w : E \rightarrow \mathbb{R}$, algoritma Bellman-Ford mengembalikan sebuah nilai *Boolean* yang mengindikasikan apakah terdapat siklus berbobot negatif yang dapat dilalui oleh simpul awal atau tidak. Jika terdapat siklus, algoritma akan mengindikasikan bahwa tidak terdapat solusi *shortest path*. Jika tidak, algoritma akan menghasilkan *shortest path* beserta bobotnya.

Algoritma bellman-ford ini memiliki kompleksitas waktu sebesar $O(VE)$. Algoritma bellman-ford ini dapat didefinisikan sebagai berikut (Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, 1990, 532-533)

- ```

Bellman-Ford(G, w, s)
1. Initialize-Single-Source(G, s)
2. for $I \leftarrow 1$ to $|V[G]| - 1$
3. do for setiap sisi $(u, v) \in E[G]$
4. do Relax(u, v, w)
5. for setiap sisi $(u, v) \in E[G]$
6. do if $d[v] > d[u] + w(u, v)$
7. then return FALSE
8. Return TRUE

```

## 10. All-Pairs shortest Path

Problema ini ditujukan untuk mencari *shortest path* dari semua pasangan simpul pada sebuah *graph*. Salah satu contoh penerapan problema ini yaitu dalam pembuatan table jarak terpendek antara semua pasangan kota dari peta jalan. Seperti pada problema *single-source path*, diberikan sebuah *graph* berbobot dan berarah  $G = (V, E)$  dengan fungsi bobot  $w : E \rightarrow \mathbb{R}$  yang memetakan sisi ke sebuah nilai riil. Sasarannya adalah untuk setiap pasangan simpul  $u, v \in V$ , dicari sebuah jalur terpendek (berbobot paling minimum) dari  $u$  ke  $v$ , dimana bobot dari sebuah jalur terpendek (berbobot paling minimum) dari  $u$  ke  $v$ , dimana bobot dari sebuah jalur adalah penjumlahan dari bobot sisi-sisinya. Hasil dari problema ini berupa sebuah table dimana nilai pada baris  $u$  dan kolom  $v$  merepresentasikan bobot *shortest path* dari  $u$  ke  $v$ .

Cara termudah untuk menyelesaikan problema ini adalah dengan menjelaskan algoritma *single-source shortest path* sebanyak  $V$  kali, sekali untuk setiap simpul sebagai simpul awal. Jika semua sisi berbobot positif, maka algoritma *Dijkstra* dapat digunakan. Sedangkan, jika ada sisi berbobot negative maka algoritma *Dijkstra* tidak dapat digunakan. Untuk menyelesaikannya, dapat menggunakan algoritma Bellman-Ford yang lebih lambat.

Cara lainnya yang memiliki waktu eksekusi yang lebih baik adalah dengan menggunakan algoritma Johnson dan *floydwarshall*. Tidak seperti algoritma *single shortest path* yang kebanyakan menggunakan representasi *adjacency list*, algoritma *all-pairs shortest path* ini menggunakan representasi *adjacency* matriks. Input dari algoritma beberapa matriks  $W$  berukuran  $n \times n$  yang merepresentasikan nilai bobot sisi dari sebuah *graph* berarah  $G = (V, E)$  dengan  $n$  buah simpul. (Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, 1990, 532-533).

## 11. Algoritma Johnson

Algoritma Johnson menemukan *shortest path* diantara semua pasangan simpul pada *graph* dengan kompleksitas waktu  $O(V^2 \lg V + VE)$ . Algoritma Johnson ini memiliki waktu eksekusi yang lebih bagus dari *floydwarshall* untuk *input* yang berupa *graph* jarang.

Algoritma Johnson menggunakan kombinasi dari algoritma *dijkstra* dan algoritma bellman-ford. Prosedur kerja dari algoritma Johnson ini dapat dilihat seperti berikut

*Jhonson*( $G$ )

1. Compute  $G'$ , where  $V[G'] = V[G] \cup \{s\}$  and  $E[G'] = E[G] \cup \{(S, V) : v \in V[G]\}$
2. **if**  $\text{bellman-Ford}(G', w, s) = \text{False}$  **then**
3.     print “input graph memiliki negative-weight cycle”
4. **Else**
5.     **for** setiap vertex  $v \in V[G']$
6.          $\bar{\delta}(s, v) \leftarrow h(v)$  (hitung dengan algoritma Bellman-Ford)
7.     **for** setiap edge  $(u, v) \in E[G']$
8.          $W(u, v) \leftarrow w(u, v) + h(u) - h(v)$
9.     **for** setiap vertex  $u \in V[G']$
10.         Jalankan algoritma Dijkstra( $G, w, u$ ) untuk menghitung  $\bar{\delta}(u, v)$  untuk semua  $v \in V[G]$
11.         **for** setiap vertex  $v \in V[G]$
12.              $d(u, v) \leftarrow \bar{\delta}(u, v) + h(v) - h(u)$
13.     **return**  $D$

(Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, 1990, 532-533).

## 12. Floydwarshall

Algoritma ini merupakan konsep *dynamic programming* dalam mencari *all-pairs shortest-path* dari sebuah *graph*. Algoritma ini memiliki kompleksitas waktu sebesar  $O(V^3)$ . Proses kerja dari algoritma ini adalah sebagai berikut:

### 1. Algoritma proses perhitungan *shortest path*.

*Floyd-Warshall(d,n)*

1. **for**  $k \leftarrow 1$  to  $n$
2.     **for**  $j \leftarrow 1$  to  $n$
3.     **for**  $i \leftarrow 1$  to  $n$
4.          $d_{ij}(k) = \min(d_{ij}(k-1), d_{ij}(k-1))$
5.         **if** choose  $d_{ij}(k-1) + d_{ij}(k-1)$  **then**  $\text{pred}(ij) = k$

### 2. Algoritma proses penentuan rute dari *shortest path*.

*Path(I, j)*

1. **If**  $\text{pred}(I, j) = \text{nil}$  **then**
2.     **Return**  $\text{output}(I, j)$
3. **Else**
4.      $\text{Path}(i, \text{pred}(I, j))$
5.      $\text{Path}(\text{pred}(I, j), j)$

## 3. RESULTS AND DISCUSSION

### 1. Menu Utama

Menu utama dalam aplikasi ini adalah berfungsi sebagai tampilan utama dalam aplikasi pencarian jalur terpendek. Dalam hal ini menu utama menyajikan gambar titik rumah sakit yang ada di kota medan, pada tampilan ini juga telah disediakan titik asal yang ditentukan dan titik tujuan yang akan dicari, dan juga pilihan algoritma yang akan digunakan untuk melakukan pencarian jalur terpendek untuk menempuh salah satu rumah sakit yang akan dituju, interface untuk menu utama dapat dilihat pada Figure 3

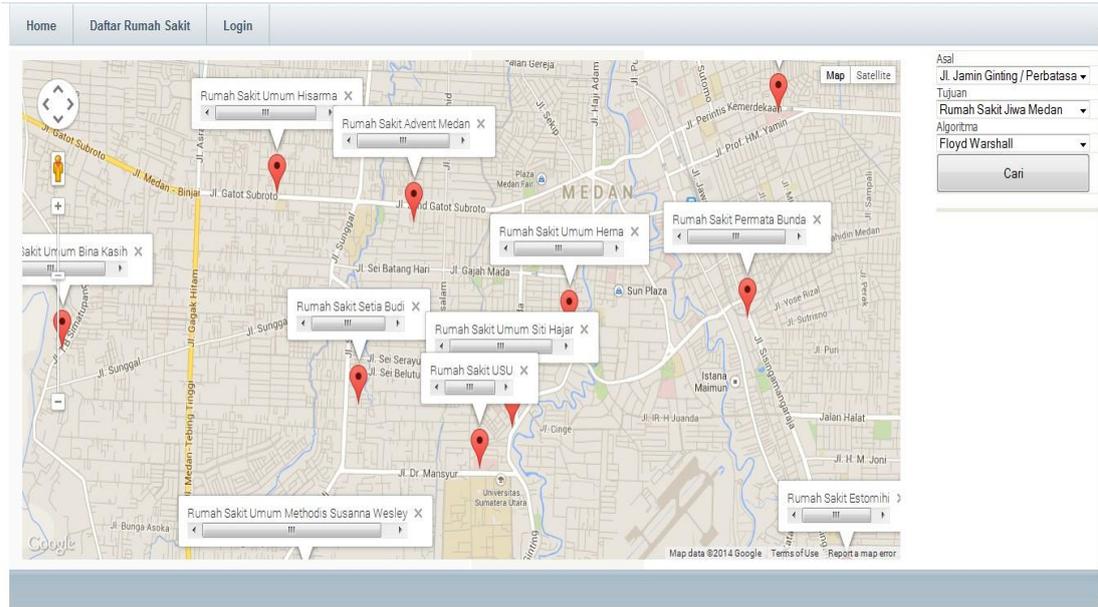


Figure 3. Menu Utama

2. Menu Daftar Rumah Sakit

Menu daftar rumah sakit adalah untuk membantu user melihat daftar rumah sakit yang disediakan oleh sistem, pada daftar rumah sakit juga disediakan data rumah sakit seperti jalan, nomor telepon dan website (jika ada) untuk mempermudah user masuk ke link website rumah sakit yang di inginkan. Interface untuk menu daftar rumah sakit dapat dilihat pada Figure 4

| Daftar Rumah Sakit |                                           |                                    |                 |                                                                                                           |
|--------------------|-------------------------------------------|------------------------------------|-----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| No                 | Nama Rumah Sakit                          | Alamat                             | No Telp         | Website                                                                                                   |
| 1                  | Rumah Sakit Umum Pusat H Adam Malik       | Jalan Bunga Lao No. 17, Medan      | (061) 83 64 581 | <a href="http://rsham.co.id/">http://rsham.co.id/</a>                                                     |
| 2                  | Rumah Sakit Jiwa Medan                    | Jl. Tali air NO 21                 |                 |                                                                                                           |
| 3                  | Rumah Sakit Umum Methodist Susanna Wesley | Jl. Setia Budi                     | 061-7861771     | <a href="http://www.rsu-methodist-susannawesley.or.id/">http://www.rsu-methodist-susannawesley.or.id/</a> |
| 4                  | Rumah Sakit Umum Siti Hajar               | Jl. Djamin Ginting, No. 2,         | +62 61 821387   | <a href="http://www.rsi-sitihajar-sda.com/">http://www.rsi-sitihajar-sda.com/</a>                         |
| 5                  | Rumah Sakit Setia Budi                    | Jl. Mesjid No.3 Tanjung Rejo Medan | +62 61 8220995  | <a href="http://rssetiabudi.com">http://rssetiabudi.com</a>                                               |
| 6                  | Rumah Sakit USU                           | Jl. Dr. Mansyur Medan              |                 |                                                                                                           |
| 7                  | Rumah Sakit Umum Mitra Sejati             | Jl Jend AH Nasution 7-A Medan      |                 |                                                                                                           |
| 8                  | aaaa                                      | aaaaa                              | 0987654         | <a href="http.sss.com">http.sss.com</a>                                                                   |

Figure 4. Menu daftar rumah sakit

3. Tampilan Login

Tampilan login merupakan tampilan khusus admin untuk masuk kedalam sistem dan mengubah maupun memperbaiki sistem. Interface untuk tampilan login dapat dilihat pada Figure 5

The screenshot shows a login form with a light blue background. It contains two input fields: 'Username' with the text 'admin' entered, and 'Password' with five black dots. Below the password field is a blue 'Login' button.

Figure 5. Tampilan Login

4. Tampilan daftar titik

Tampilan daftar titik merupakan tampilan untuk admin setelah login kedalam sistem, pada tampilan ini admin dapat memasukkan titik baru, melakukan edit titik maupun penghapusan titik. Interface untuk tampilan daftar titik dapat dilihat pada Figure 6

| No | Nama Titik                              | Koordinat           |                            |
|----|-----------------------------------------|---------------------|----------------------------|
| 1  | Jl. Jamin Ginting / Perbatasan P. batu  | 3.490971, 98.600089 | <a href="#">Edit Hapus</a> |
| 2  | Jl. Jamin Ginting / Simp. Rs Adam Malik | 3.514273, 98.615109 | <a href="#">Edit Hapus</a> |
| 3  | Jl. Jamin Ginting / Simp Selayang       | 3.520184, 98.619057 | <a href="#">Edit Hapus</a> |
| 4  | Jl. Jamin Ginting / simp Jl Tali Air    | 3.525645, 98.632146 | <a href="#">Edit Hapus</a> |
| 5  | Jl. Jamin Ginting / Simp Pos            | 3.540423, 98.653947 | <a href="#">Edit Hapus</a> |
| 6  | Jl. Jamin Ginting / Simp Pasar 2        | 3.554982, 98.661032 | <a href="#">Edit Hapus</a> |
| 7  | Jl. Jamin Ginting / Simp Dr Mansyur     | 3.567361, 98.660732 | <a href="#">Edit Hapus</a> |
| 8  | Jl. Jamin Ginting / Simp Iskandar Muda  | 3.571687, 98.660732 | <a href="#">Edit Hapus</a> |
| 9  | Jl Setia Budi / Simp Pemda              | 3.540992, 98.622272 | <a href="#">Edit Hapus</a> |
| 10 | Jl Setia Budi / Simp Binroad            | 3.546132, 98.626049 | <a href="#">Edit Hapus</a> |

**Figure 6.** Tampilan daftar titik

#### 5. Tampilan relasi titik

Tampilan relasi titik merupakan tampilan untuk membuat relasi titik baru setelah login sebagai admin, admin dapat membuat relasi titik baru, mengedit dan menghapus relasi titik yang ada pada sistem. Interface untuk tampilan relasi titik dapat dilihat pada Figure 7

| Home                                                                                | Rumah Sakit | Titik                                  | Relasi Titik                            | Logout                                     |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------|----------------------------------------|-----------------------------------------|--------------------------------------------|
| Titik Asal : <input type="text" value="Jl. Jamin Ginting / Perbatasan P. batu"/>    |             |                                        |                                         |                                            |
| Titik Tujuan : <input type="text" value="Jl. Jamin Ginting / Simp. Rs Adam Malik"/> |             |                                        |                                         |                                            |
| <input type="button" value="Masukkan"/>                                             |             |                                        |                                         |                                            |
| <b>Relasi Titik</b>                                                                 |             |                                        |                                         |                                            |
| No                                                                                  | ID          | Titik Asal                             | Titik Tujuan                            |                                            |
| 1                                                                                   | 202         | Jl. Jamin Ginting / Perbatasan P. batu | Jl. Jamin Ginting / Simp. Rs Adam Malik | <a href="#">Edit</a> <a href="#">Hapus</a> |
| 2                                                                                   | 201         | Jl. Jamin Ginting / Simp Pos           | Jl Setia Budi / Simp Pemda              | <a href="#">Edit</a> <a href="#">Hapus</a> |
| 3                                                                                   | 200         | Jl gatot subroto / simp iskandar muda  | Jl. Darussalam / Simp Jl gatot subroto  | <a href="#">Edit</a> <a href="#">Hapus</a> |
| 4                                                                                   | 199         | Jl. Yos sudarso / Simp jl cemara       | jl veteran / simp kapt sumarsono        | <a href="#">Edit</a> <a href="#">Hapus</a> |
| 5                                                                                   | 197         | Jl. Yos sudarso / simp titi pahlawan   | Rumah Sakit Mulan Windi                 | <a href="#">Edit</a> <a href="#">Hapus</a> |
| 6                                                                                   | 196         | Rumah Sakit Mulan Windi                | Rumah Sakit Umum Maya Sari              | <a href="#">Edit</a> <a href="#">Hapus</a> |
| 7                                                                                   | 195         | Jl. Yos sudarso / Simp jl cemara       | Rumah Sakit Delima                      | <a href="#">Edit</a> <a href="#">Hapus</a> |
| 8                                                                                   | 194         | Rumah Sakit Delima                     | Rumah Sakit Mitra Medika                | <a href="#">Edit</a> <a href="#">Hapus</a> |
| 9                                                                                   | 193         | Jl. Yos sudarso / simp titi pahlawan   | Rumah Sakit Mitra Medika                | <a href="#">Edit</a> <a href="#">Hapus</a> |
| 10                                                                                  | 192         | Rumah Sakit Umum Maya Sari             | Rumah Sakit Umum Sinar Husni            | <a href="#">Edit</a> <a href="#">Hapus</a> |

**Figure 7** Tampilan relasi titik

## 6. Hasil

Untuk melihat hasil dan perbandingan pencarian jalur terpendek dari algoritma *dijkstra* dan *floydwarshall* maka akan dilakukan pencarian dari titik asal yang sama menuju rumah sakit yang sama, yaitu yang menjadi titik asal adalah Jl Sm Raja / simp HM joni menuju Rumah sakit Methodist Susanna Wesley.

## 7. Algoritma *Dijkstra*

Setelah melakukan uji coba dengan menggunakan algoritma *dijkstra* maka jalur yang dilalui dari Jl Sm Raja / simp Hm Joni adalah : Jl SM Raja / Simp HM Joni → Jl SM Raja / Simp Jl Halat → Jl. H juanda / Simp Brigjen Katamso → Jl. H juanda / Simp bandara polonia → Jl. H juanda / Simp Jl slamet ryadi → Jl. Mongonsidi / Bundaran depan pardede hotel → Jl. Mongonsidi / simp Jl pattimura → Jl. Jamin Ginting / Simp Iskandar Muda → Rumah Sakit Umum Siti Hajar → Jl. Jamin Ginting / Simp Dr Mansyur → Jl. Jamin Ginting / Simp Pasar 2 → Rumah Sakit Umum Methodis Susanna Wesley, dengan waktu eksekusi yang dilakukan sebanyak tiga kali berulang ulang adalah 1.11 detik, 1.12 detik, 1.13 detik, maka dapat diambil rata-rata waktu eksekusinya adalah 1.11 detik. Interface untuk hasil pencarian dengan menggunakan algoritma *dijkstra* dapat dilihat pada Figure 8

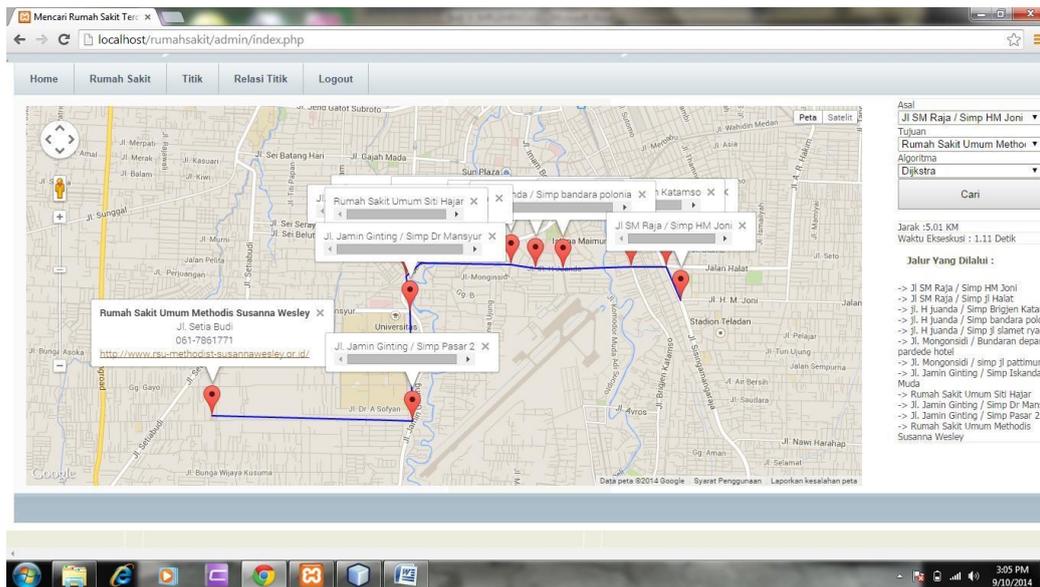


Figure 8. Hasil eksekusi algoritma dijkstra

### 8. Algoritma Floydwarshall

Setelah melakukan uji coba dengan menggunakan algoritma *floydwarshall* maka jalur yang dilalui dari Jl Sm Raja / simp Hm Joni adalah : Jl SM Raja / Simp HM Joni → Jl SM Raja / Simp Jl Halat → Jl. H Juanda / Simp Brigjen Katamso → Jl. H Juanda / Simp bandara polonia → Jl. H Juanda / Simp Jl slamet ryadi → Jl. Mongonsidi / Bundaran depan pardede hotel → Jl. Mongonsidi / simp Jl pattimura → Jl. Jamin Ginting / Simp Iskandar Muda → Rumah Sakit Umum Siti Hajar → Jl. Jamin Ginting / Simp Dr Mansyur → Jl. Jamin Ginting / Simp Pasar 2 → Rumah Sakit Umum Methodis Susanna Wesley, dengan waktu eksekusi yang dilakukan sebanyak tiga kali berulang ulang adalah 6.27 detik, 6.50 detik, 6.70 detik, maka dapat diambil rata-rata waktu eksekusi nya adalah 6.49 detik. Interface untuk hasil pencarian dengan menggunakan algoritma *floydwarshall* dapat dilihat pada Figure 9

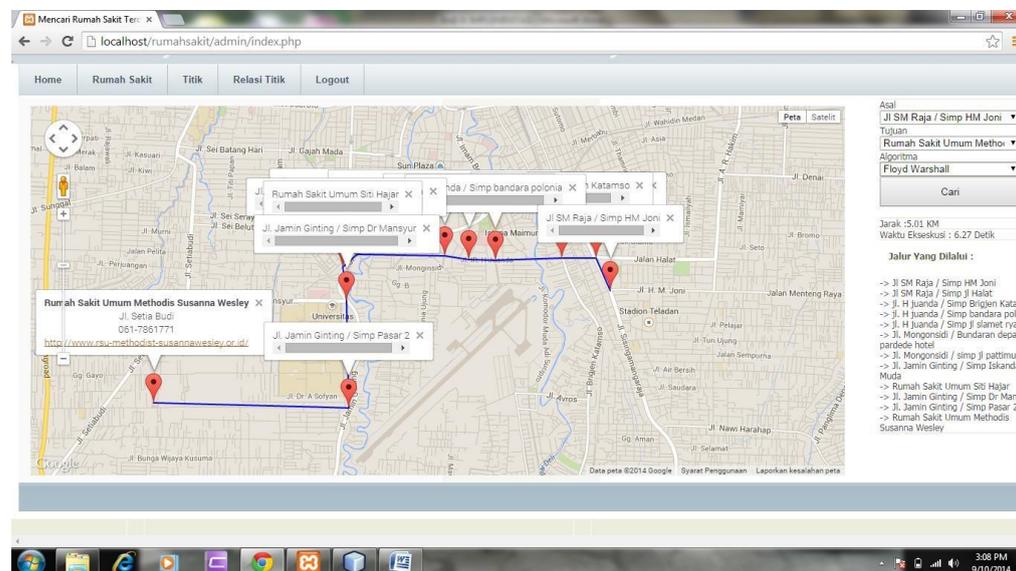


Figure 9. hasil eksekusi algoritma floydwarsahl

## 9. CONCLUSION

Setelah melakukan uji coba sistem maka dapat disimpulkan untuk mencari jalur terpendek dalam pencarian rumah sakit terdekat dikota medan dengan menggunakan algoritma dijkstra dan floydwarshall maka dapat disimpulkan dalam pengambilan jalur terpendeknya selalu menghasilkan jalur yang sama, adapun yang menjadi perbedaannya dalam studi kasus ini adalah waktu eksekusi program dimana algoritma dijkstra lebih cepat dalam eksekusi program saat user melakukan pencarian titik.

## REFERENCES

- [1] Barus, B dan U. S. Wiradisastra. 2000. *Sistem Informasi Geografi Sarana Manajemen Sumberdaya*. Laboratorium Penginderaan Jauh dan Kartografi. Jurusan Tanah. Fakultas Pertanian. IPB. Bogor.
- [2] Fakhri. 2014. penerapan algoritma dijkstra dalam pencarian solusi maximum flow problem. <http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Stmik/2007-2008/Makalah2008/MakalahIF2251-2008-039.pdf> (diakses 4 april 2014).
- [3] Rinaldi. 2005. Matematika Diskrit. Bandung. Informatika.
- [4] Raden Aprian Diaz Novandi. Perbandingan Algoritma Dijkstra dan Algoritma Floyd-Warshall dalam Penentuan Lintasan Terpendek (Single Pair ShortestPath). [http://webmail.informatika.org/~rinaldi/Stmik/2006-2007/Makalah\\_2007/MakalahSTMIK2007-021.pdf](http://webmail.informatika.org/~rinaldi/Stmik/2006-2007/Makalah_2007/MakalahSTMIK2007-021.pdf) (diakses 4 april 2014).
- [5] Sugiyono, 2009, Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif dan R&D, Bandung : Alfabeta
- [6] Thomas H. Cormen, Charles Eleiserson, Ronald L. Rivest. 1990. Introduction to Algorithms. USA. MIT press.